

La rhéologie des avalanches : objet et enjeux

**Christophe Ancey**

*Cemagref - division Érosion Torrentielle Neige et Avalanche*

*Diadème Ingénierie*

---

## Summary

Avalanches are snow flows on mountain slopes due to the rupture of snow cover. It is very convenient to distinguish between two typical flows: (i) airborne avalanche, which is the flow of a ice particles/ air suspension in the form of an aerosol, (ii) flowing avalanche, which is the motion of a snow mass along the ground. Modelling avalanches addresses a great range of varied problems; this can explain the great variety of models, which have been proposed during these last few years. This paper tries to summarize the main features of these approaches. The emphasis is given on the rheology of materials involved by avalanches: indeed, despite the development of various avalanche models, our knowledge on flowing snow behaviour is still lagging behind. A great effort should be consequently expended toward establishing the constitutive equation of flowing snow. It is felt that the insights obtainable from snow rheology lead in turn to significant progress in numerical simulations of avalanches.

## 1. Introduction

### 1.1. Nature des problèmes rencontrés

La rhéologie est la science du comportement des matériaux en écoulement. Domaine scientifique peu connu du grand public, la rhéologie a vécu un essor considérable ces dernières années : au carrefour des diverses branches de la mécanique, de la physique, et de la chimie, la rhéologie, en étudiant finement les relations entre contraintes et déformations au sein des matériaux, a permis de faire un bond considérable dans notre compréhension et notre capacité de description des écoulements. Citons par exemple les avancées notables dans le domaine des polymères, des peintures, des pâtes industrielles, des colles, etc. Dans le domaine de la géophysique, les progrès sont plus lents : cela tient d'une part à la complexité des matériaux impliqués dans les écoulements naturels et d'autre part à des efforts de recherche encore modestes et sans proportion par rapport aux activités industrielles. Néanmoins, localement, des progrès très significatifs ont été accomplis ces dernières années : par exemple, en hydraulique torrentielle, les travaux de quelques équipes dans le monde, notamment en France ceux de P. Coussot [1], ont permis de déterminer la forme de la loi de comportement des laves torrentielles. Dans le cas de la neige, les connaissances sont beaucoup plus lacunaires.

De manière assez générale, la connaissance de la loi de comportement du matériau en écoulement est essentielle car c'est elle qui permet d'aboutir d'une part à des modèles numériques et d'autre part à des critères de similitude

permettant la reproduction à échelle réduite des écoulements (maquette). On comprendra dès lors que quelle que soit la méthode employée pour calculer les caractéristiques d'un écoulement, la connaissance partielle ou complète de la loi de comportement est au cœur du problème de la modélisation.

L'objet de cet article est de faire le point autour de nos connaissances sur la rhéologie de la neige en écoulement, des techniques de modélisation, et finalement de présenter un plaidoyer en faveur d'une recherche accrue en rhéologie de la neige, condition *sine qua non* selon l'auteur de progrès dans la modélisation des avalanches.

## **1.2. Les enjeux de la modélisation ; gestion et prévision du risque d'avalanche**

En France, il faut dénombrer annuellement en moyenne vingt-cinq morts, essentiellement des skieurs et des randonneurs, et guère plus de cent cinquante victimes sur l'ensemble des Alpes [2]. Pourtant, dans une montagne qui semble domptée, des épisodes météorologiques (février 1990) ou des catastrophes (Arinsal, Andorre, février 1996) ne cessent de rappeler que l'avalanche est une constante du paysage alpin hivernal. De fait, en Europe, l'augmentation de la fréquentation, essentiellement liée au tourisme et au flux de marchandises, a motivé un développement croissant d'infrastructures (stations, routes, équipements en altitude, etc.) dans des zones particulièrement avalancheuses. Cela a été et reste encore un grand défi de l'ingénierie de permettre d'assurer au mieux, et si possible au quotidien, la protection des personnes et des biens.

Cet effort de protection passe à la fois par la capacité de *prévoir les événements* (prévision nivo-météorologique) et de *gérer le risque* (génie paravalanche) :

- dans le premier cas, il faut mettre en œuvre des méthodes d'analyse de stabilité du manteau neigeux et de prévision de l'activité avalancheuse en fonction des conditions nivo-météorologiques ; c'est une mission essentielle à assurer durant la saison hivernale dans le cadre de la gestion des pistes d'une station de ski par exemple. C'est également l'activité qui intéresse la majeure partie des personnes participant à cette septième Table Ronde ;
- dans le second cas, on cherche à délimiter les zones exposées aux avalanches sur un site donné et on tente d'en réduire les effets par des dispositifs préventifs et/ ou paravalanches ; c'est le travail effectué, par exemple, dans le cadre d'un projet d'aménagement.

A l'évidence, une connaissance phénoménologique des avalanches n'est pas suffisante dans ces deux cas, et il est nécessaire d'avoir recours à des modèles, qui permettent de quantifier un certain nombre de paramètres : par exemple, lors d'un projet d'aménagement, on peut avoir recours à un modèle dynamique d'avalanche, qui aide à déterminer la distance d'arrêt d'une avalanche et la pression qu'elle exerce sur d'éventuels obstacles. La nature des problèmes à traiter varie selon qu'on s'intéresse à la prévision du risque d'avalanche ou à sa gestion. Dans le cas de la prévision, ce sont surtout des méthodes d'analyse statique du manteau neigeux [3-5] ou bien d'analyse statistique des conditions nivo-météorologiques [6, 7] qui sont mises en œuvre. Dans le cas de la gestion,

on cherche à caractériser les avalanches et leurs effets sur un site donné et ce sont des techniques de calcul d'écoulement qui sont employées. On ne s'intéressera ici qu'aux modélisations des écoulements avalancheux, donc dans une perspective de gestion du risque d'avalanche.

### 1.3. Quelques définitions utilisées en rhéologie

L'objet de la rhéologie est de caractériser le comportement mécanique des matériaux en écoulement. Cette caractérisation est recherchée généralement sous la forme d'une relation mathématique entre les contraintes et les déformations du matériau que l'on appelle *loi de comportement*. On prendra garde que la rhéologie ne s'intéresse pas uniquement aux fluides mais à tous les matériaux, car tout matériau est susceptible de s'écouler ; tout dépend de l'échelle de temps considéré. Par exemple, l'échelle de temps de l'écoulement d'un fleuve est la seconde, celle d'un glacier l'année, et celle d'un massif rocheux, le million d'années. *Grosso modo*, on peut dire que les fluides sont des matériaux qui s'écoulent avec des échelles de temps très faibles, mettons de l'ordre de la seconde.

Généralement, pour un grand nombre de fluides, la loi de comportement est recherchée sous la forme d'une relation mathématique simple et univoque entre les contraintes et les vitesses de déformation. Cette relation s'écrit sous forme tensorielle, mais nous n'en parlerons pas ici, car le formalisme mathématique employé ne pourrait qu'effrayer le lecteur. Pour simplifier, on s'intéressa principalement à une classe particulière d'écoulements : les écoulements simplement cisailés rectilignes. Dans ce cas, la loi de comportement s'écrit généralement sous la forme d'une relation entre la contrainte de cisaillement ( $\tau$ ) et le taux de cisaillement  $\dot{\gamma}$  (c'est-à-dire le gradient de vitesse) :

$$(1) \quad \tau = f(\dot{\gamma}), \quad \dot{\gamma} = \frac{du}{dy}$$

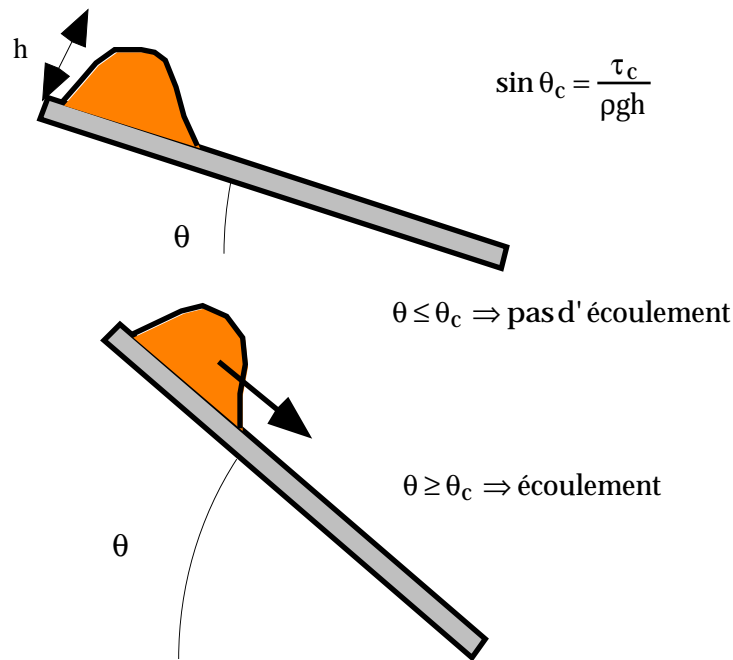
Par exemple, dans le cas l'eau ou d'autres fluides dits *newtoniens* (air, huile, miel, etc.), cette relation est linéaire :

$$(2) \quad \tau = \mu \dot{\gamma}$$

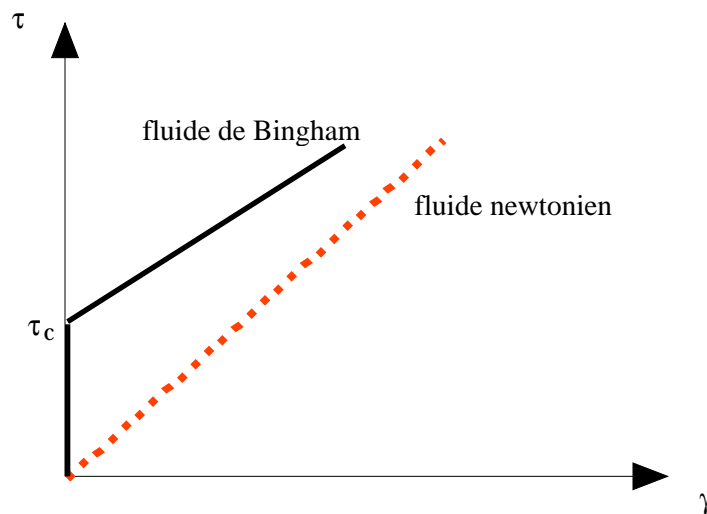
et le coefficient de proportionnalité est appelé la *viscosité*. Pour d'autres fluides, il faut que la contrainte de cisaillement soit supérieure à une valeur critique appelée *seuil de contrainte* pour qu'il y ait écoulement ; c'est le cas par exemple de la boue ou du yaourt. La relation en outre n'est plus nécessairement linéaire. On parlera de fluide *visco-plastique*. Le modèle de *Bingham* est un cas particulier de fluide viscoplastique linéaire :

$$(3) \quad \tau = \tau_c + \mu \dot{\gamma}$$

Cette notion de seuil de contrainte est importante car c'est elle qui permet d'expliquer qu'un fluide viscoplastique ne puisse s'écouler que pour des pentes supérieures à une valeur critique comme l'illustre la figure 1.



**Fig. 1.** Condition d'écoulement d'un fluide viscoplastique en fonction de la pente.  $\rho$  désigne la masse volumique du matériau et  $g$  la gravité.



**Fig. 2.** Rhéogramme typique d'un fluide de Bingham et d'un fluide newtonien.

On reporte sur la figure 2 quelques exemples de comportement rhéologique. Les caractéristiques du comportement des fluides simples peuvent être déterminées expérimentalement à partir d'essais sur des appareils spécifiques, appelés *rhéomètres*. Toute une branche de la rhéologie, la *rhéométrie*, a pour objet l'étude expérimentale du comportement mécanique des fluides.

A partir de la loi de comportement, il est possible en principe de calculer analytiquement ou numériquement les caractéristiques d'un écoulement. Dans la pratique, une telle résolution n'est pas toujours commode ou même possible

compte tenu de conditions aux limites et initiales complexes. Parfois le recours à des essais à échelle réduite (sur maquette) permet de déterminer les caractéristiques d'un écoulement naturel. Toutefois, on comprendra aisément qu'il n'y a pas une simple extrapolation géométrique entre l'échelle en grandeur réelle et l'échelle réduite. Il faut également s'assurer que les écoulements à ces deux échelles sont en *similitude*, c'est-à-dire qu'il existe un rapport de forces et d'énergies constant entre les deux échelles. C'est justement l'objet de la théorie de la similitude que de proposer des critères mathématiques, dits *critères de similitude*, qui dictent les règles à respecter lorsqu'on passe d'une échelle à une autre. Ces critères se présentent sous la forme de nombres sans dimension, définis comme des rapports de forces, d'énergies, de temps ou de longueurs caractéristiques. Par la suite, on en présentera quelques uns parmi les plus classiques : nombres de Reynolds, de Froude, etc.

#### 1.4. Définition et classification des avalanches

Donner une définition concise et précise de l'avalanche peut se révéler être une véritable gageure, tant le phénomène est complexe, multiforme et s'étend sur des échelles de temps et d'espace très variables. Dans un premier temps, on peut se contenter d'énoncer que c'est un écoulement rapide de neige sur une pente de montagne, faisant suite à une rupture du manteau neigeux. L'échelle de temps est la seconde, voire la minute ; celle d'espace est la dizaine de mètres, voire la centaine ; le volume de neige engagée s'étend de quelques mètres cube aux millions, tandis que l'inclinaison de la pente va, en moyenne, de 50° à quelques degrés. Il est commode de distinguer deux classes typiques d'écoulement :

- *l'avalanche coulante* : c'est le déplacement d'une masse de neige le long du sol. L'écoulement est astreint à suivre le relief. L'échelle de hauteur d'écoulement est le mètre ;

- *l'avalanche en aérosol* : c'est un écoulement rapide de neige sous la forme d'un nuage, qui résulte du mélange de l'air et des particules de glace. Cet aérosol est composé de grandes bouffées turbulentes, dont la trajectoire n'est pas entièrement déterminée par le relief. L'échelle de hauteur est la dizaine de mètres.

Entre ces deux cas extrêmes, il existe une gamme variée d'écoulements répondant (au cours de leur écoulement) à la fois à des critères distinctifs des avalanches coulantes et des aérosols. Cette grande variété dans les caractéristiques des écoulements observés rend extrêmement difficile la mise en place d'une classification scientifique pertinente des avalanches [2, 8, 9]. Dès lors, tout en gardant à l'esprit que la distinction de deux familles d'avalanches n'est qu'une vue de l'esprit, on retiendra qu'une telle simplification est jugée satisfaisante pour la description des avalanches et des processus impliqués.

## 2. Quelques caractéristiques des avalanches

### 2.1. Nature du matériau mobilisé

Les avalanches mobilisent principalement de la neige, parfois souillée de terre, de débris divers (rochers, végétaux), etc., plus rarement des blocs de glace (avalanche de sérac). La neige est un matériau poreux composé d'un mélange de cristaux de glace et d'air, avec parfois la présence d'eau sous forme liquide. La plage de concentration volumique en glace de la neige est de 1 à 65 %. Des concentrations supérieures sont toutefois possibles (par exemple neige de névé ou glace de glacier) mais ne concernent pas les manteaux neigeux saisonniers. Les caractéristiques rhéologiques de la neige aux faibles déformations sont plus ou moins bien connues [2, 10]. Elles n'ont d'intérêt, que si l'on s'intéresse aux mécanismes de départ de l'avalanche. Dans le cadre de notre étude où l'on étudiera l'avalanche en tant qu'écoulement, il faut plutôt garder à l'esprit que la neige en mouvement présente des caractéristiques très différentes de la neige au repos. Il est ainsi préférable de relier les caractéristiques de la neige mobilisée à la nature de l'écoulement. Cette prise de conscience est importante car elle permet d'éviter un certain nombre d'amalgames qui peuvent se révéler fâcheux en ingénierie. Par exemple comment comprendre quelqu'un qui vous parle d'avalanche poudreuse ? Parle-t-il d'avalanche sous forme d'aérosol ou bien d'un écoulement qui initialement a mobilisé une neige poudreuse ? Pour éviter toute confusion, nous avons choisi de bien distinguer le type d'écoulement (aérosol/coulante) de la neige mobilisée ou ayant été mobilisée.

#### 2.1.1. Cas des aérosols

Dans le cas d'un aérosol, le matériau en écoulement est une suspension de particules de glace dans de l'air. La concentration volumique ( $\phi$ ) en glace ne dépasse généralement pas 5%. La taille ( $d$ ) des particules est le plus souvent de l'ordre du millimètre. La masse volumique ( $\rho$ ) du mélange est de quelques dizaines de  $\text{kg/m}^3$ . Durant la phase d'écoulement, la vitesse de chute des particules, de l'ordre du mètre par seconde, est négligeable devant la vitesse caractéristique ( $U$ ) de l'avalanche qui dépasse la dizaine de mètres par seconde, ce qui semble autoriser à considérer le matériau comme une suspension homogène [11]. Dans ce cas, on peut raisonnablement considérer que l'aérosol est l'écoulement d'un fluide newtonien présentant un caractère turbulent. On peut en effet définir un nombre de Reynolds<sup>1</sup> généralisé local sous la forme :

$$(4) \quad \text{Re} = \frac{\rho \xi d U}{\mu_{\text{air}} (1 + 2.5\phi)}$$

---

<sup>1</sup> le nombre de Reynolds est un nombre (sans dimension) défini comme le rapport entre les forces d'inertie et visqueuse au sein du mélange.

avec  $\mu_{\text{air}}$  la viscosité cinématique de l'air,  $\xi d$  la distance moyenne entre particules. Pour  $\phi=5\%$  et avec  $U=30$  m/s, on a  $\xi$  de l'ordre de 2,5 et  $Re$  de l'ordre de  $10^4$ , ce qui montre qu'on a bien affaire à un écoulement turbulent.

### *2.1.2. Cas des avalanches coulantes*

Dans le cas d'une avalanche coulante, le matériau est de la neige ou des blocs de glace. La concentration volumique en glace devient importante : la masse volumique du mélange est généralement comprise entre 200 et 700 kg/m<sup>3</sup> ( $\phi$  comprise entre 20 et 70%). Le matériau est généralement compressible surtout à cause de la grande compressibilité de la neige elle-même mais également parfois à cause du caractère dilatant lorsque le matériau se présente sous forme de boules de neige. Ainsi, il n'est pas rare de voir la masse volumique du matériau tripler entre la mise en mouvement de l'avalanche et son arrêt [12].

La rhéologie des mélanges air/ neige est extrêmement complexe, car la neige est un milieu thermodynamiquement très sensible : puisque 0°C est le point triple de l'eau, les trois phases peuvent coexister pour cette température et on peut assister à des variations importantes de la composition du système pour de faibles variations de température autour du point triple. Il semble dès lors probable que le comportement mécanique soit très dépendant de l'état thermodynamique et de la structure du mélange. Cette sensibilité thermodynamique du mélange air/ neige explique la grande variété d'aspect du matériau mobilisé dans une avalanche coulante : pulvérulent (neige sèche), granulaire (boules de neige agglomérée par effet capillaire ou compactage, blocs anguleux provenant des restes de la dislocation du manteau neigeux), pâteux (mélange d'eau et de neige) et quasiment toutes les formes intermédiaires entre ces aspects particuliers. Un cas souvent rencontré concerne les avalanches mobilisant des boules de neige. La mise en boule de la neige est caractéristique de la présence d'eau sous forme liquide (celle-ci peut exister dans la neige mobilisée ou bien apparaître en cours d'écoulement). Le matériau s'apparente alors à un milieu granulaire, avec en général une gamme de diamètres de boule étendue (l'échelle de taille des boules de neige peut aller du centimètre au mètre). Toutefois, l'analogie avec un simple milieu granulaire doit être maniée avec prudence car la neige sous forme de boules exhibe certaines caractéristiques dont les mécanismes et l'influence sur le comportement mécanique global restent très mal cernés ; citons notamment le rôle lubrifiant du film d'eau observé autour des boules de neige, la compressibilité et la fragilité des boules, leur mode de croissance, etc.

La diversité morphologique des matériaux observés, leur grande sensibilité thermodynamique ainsi que les échelles de taille rencontrées semblent rendre rédhibitoire (à l'heure actuelle) toute étude rhéométrique approfondie de la neige mobilisée par les avalanches coulantes. Cette grande complexité explique le très faible nombre d'études expérimentales sur le sujet ainsi que leur caractère très lacunaire ou contestable. On peut par exemple citer la détermination d'une viscosité apparente par l'équipe japonaise de Maeno et de Nishimura [13]. D'après ces auteurs, la neige est un fluide non-newtonien à seuil, pour lequel la viscosité apparente ne dépend que faiblement de la température (de l'air), mais fortement de la masse volumique [13] ; ces auteurs arrivent à un ordre de

grandeur de la viscosité variant de  $10^{-3}$  à  $10^{-1}$  Pa.s lorsque la neige passe de 200 à  $450 \text{ kg/m}^3$ .

En revanche, même si peu de travail rhéométrique a été réalisé, plusieurs lois de comportement ont été proposées sur le plan théorique et sont justifiées plus ou moins qualitativement : fluide newtonien, fluide newtonien généralisé (Reiner-Ericksen), fluide à seuil (Bingham), fluide bivisqueux. Dans ce cas, les caractéristiques rhéologiques ne sont utilisées qu'à titre de paramètres de calage d'un modèle théorique et non comme propriétés intrinsèques du matériau. On aborde alors une question délicate qui est la représentativité de la loi de comportement dans un modèle, question que l'on abordera plus loin (cf. § 3).

## 2.2. Caractéristiques de l'écoulement

L'avalanche est un écoulement gravitaire rapide. En effet, la gravité joue un rôle moteur à la fois dans son départ et son écoulement. Pour tenter de quantifier ce rôle, on peut calculer un nombre de Froude<sup>2</sup> :

$$(5) \quad Fr = U / \sqrt{gH},$$

avec  $U$  la vitesse moyenne de l'avalanche,  $H$  sa hauteur moyenne et  $g$  la gravité. Quel que soit le type d'avalanche, le nombre de Froude est le plus souvent compris entre 1,5 et 5, ce qui peut s'interpréter en notant que la force de pression et l'énergie cinétique sont du même ordre de grandeur. De manière générale, la masse d'une avalanche quelconque varie au cours de l'écoulement : le bilan de masse peut être positif (on parlera alors de *reprise* de neige), négatif (on parlera alors de *dépôt*) ou bien neutre et il peut évoluer durant l'écoulement (par exemple, passer de positif à négatif). Ces deux points sont à peu près les seules caractéristiques communes à tous les types d'avalanche. On note en effet que, généralement, le mode de déplacement de la neige, la morphologie de l'écoulement et les mécanismes de transfert de masse diffèrent totalement entre un aérosol et une avalanche coulante.

### 2.2.1. Les avalanches en aérosol

L'avalanche en aérosol est l'écoulement très fortement turbulent d'un mélange d'air et de particules de glace dans l'atmosphère. L'aérosol s'apparente à un *courant de turbidité* : un fluide "lourd" s'écoule le long d'une pente dans un fluide plus léger [14]. A priori, le matériau est diphasique, car phases solide et gazeuse peuvent avoir des vitesses différentes. Il est cependant probable, que dans le cas de régimes caractérisés par de faibles nombres de Stokes<sup>3</sup> ( $S$ ) [11] :

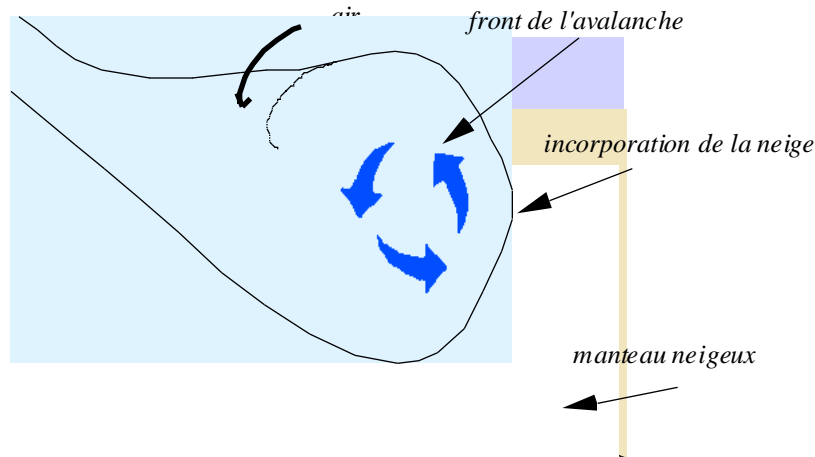
$$(6) \quad S = \rho_p d^2 / \mu_{\text{air}} T$$

---

<sup>2</sup> comme le nombre de Reynolds, le nombre de Froude est un nombre sans dimension. Le carré du nombre de Froude est le rapport de l'énergie cinétique sur la force de pression.

<sup>3</sup> le nombre de Stokes est le rapport entre un temps caractéristique du relaxation du fluide et un temps caractéristique des particules.

avec  $T$  le temps caractéristique des particules et  $\rho_p$  la masse volumique de la glace, il soit licite de considérer le milieu comme monophasique (ce qui facilite grandement la modélisation). En effet, à l'échelle locale, la turbulence permet le brassage du mélange d'air et de particules de glace ; pour des aérosols purs, la suspension est donc généralement relativement homogène. Cela n'est plus vrai durant la phase d'arrêt et autour d'obstacles (le nombre de Stokes s'étale alors entre 0,1 et 10 [15]).



**Fig. 3.** - Mécanisme présumé de reprise pour un aérosol. La neige au repos à l'aval du front de l'avalanche serait incorporée dans l'écoulement par un phénomène d'aspiration de l'air facilitée par la structure tourbillonnaire du front de l'avalanche. Ce phénomène de reprise serait d'autant plus efficace que la neige au repos est légère et sans cohésion.

On observe qu'un aérosol est composé de grandes structures tourbillonnaires qui se déplacent très rapidement (vitesse entre 30 et 100 m/s) et peuvent croître sur des hauteurs très importantes (plusieurs dizaines de mètres) [14]. On a également noté l'apparition de grandes volutes au niveau du front de l'écoulement, agissant comme de véritables rouleaux de convection (cf. Fig. 3). On présume que ce sont les frottements avec l'air qui donnent au front cette forme si particulière.

La dynamique de ces écoulements semble étroitement liée au phénomène de reprise, c'est-à-dire à l'incorporation par l'avalanche de la neige en place sur la zone d'écoulement. Ce phénomène est encore mal cerné, notamment à cause du manque de données précises recueillies *in situ*. Cependant, l'analogie avec des expériences menées en canal noyé permet d'apporter des éléments d'information intéressants : une série d'expériences menées par P. Béghin au Cemagref (en 1990-91, ces résultats ne sont pas publiés mais ont été filmés) a consisté à observer l'écoulement d'un fluide lourd (solution saline par exemple) sur un plan incliné dans une cuve d'eau. Préalablement, une couche de fluide lourd coloré avait été mise en place sur le plan d'écoulement ; la différence de couleur a facilité l'observation de la reprise de matériau par l'écoulement. Ces expériences ont montré comment le fluide au repos était soulevé par le front, puis incorporé dans l'un des rouleaux juste en arrière du front (cf. Figure 3). Inversement en l'absence de reprise, on note une croissance rapide de la hauteur du front, que l'on présume être due à une accentuation des phénomènes dissipatifs au niveau

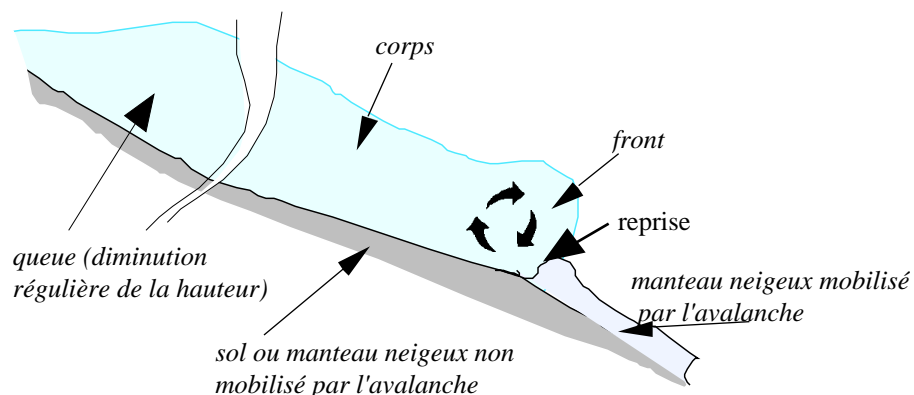
du front. Ce phénomène a pour conséquence de diminuer très rapidement la concentration des particules au sein de l'écoulement et à terme la dilution de l'aérosol dans l'atmosphère. L'interprétation de cette analogie est corroborée qualitativement par de nombreuses observations de terrain.

### 2.2.2. Les avalanches coulantes

L'avalanche coulante est un écoulement dense de neige. Sa morphologie est relativement simple et n'est pas sans rappeler celle des laves torrentielles ou volcaniques. Généralement, une coupe en long de l'avalanche (à un moment donné) permet d'identifier les parties successives appelées front, corps et queue de l'avalanche. On note le plus souvent (pour des phénomènes d'ampleur suffisante) un accroissement du corps durant la phase de mise en mouvement puis une diminution progressive jusqu'à sa disparition au moment de l'arrêt. Il est à noter que le front n'a pas de rôle dynamique particulier (contrairement à ce qu'on a longtemps cru) ; c'est simplement le contour aval de l'avalanche.

La cinématique au sein de l'écoulement dépend largement de la nature du matériau transporté. Pour l'instant, les données disponibles issues d'observations de terrain montrent : (i) la caractère plutôt *laminaire* de l'écoulement (faibles fluctuations des vitesses et de la surface libre), (ii) un profil de vitesse selon la hauteur en forme de '*plug*' (écoulement dit *en bouchon*) ou bien très peu cisailé loin des bords, (iii) la possibilité d'une vitesse de glissement (sur une surface neigeuse) [16, 17]. Ces observations sont confortées par des expériences de laboratoire, où le mouvement d'un paquet de neige sur un plan incliné a été analysé [18].

De même que pour les aérosols, le phénomène de reprise joue un rôle important, mais encore mal compris. Selon une hypothèse communément partagée, la neige est mise en mouvement par cisaillement du manteau neigeux au passage de l'avalanche ou bien à la suite d'une rupture provoquée par la surcharge imposée par l'avalanche [19, 20] (cf. Fig. 4). L'augmentation de masse est sans doute à même d'accélérer l'écoulement (à travers l'augmentation d'énergie cinétique) et/ ou d'augmenter la distance d'arrêt. En revanche, on se sait pas si l'absence de reprise a une influence particulière sur les écoulements comme dans le cas des aérosols.



**Fig. 4** - Mécanisme présumé de reprise pour une avalanche coulante. La neige serait incorporée dans l'écoulement par le dessous après le passage du front ou bien par rupture locale des strates superficielles du manteau neigeux provoquée par le passage de l'avalanche.

Enfin, il est intéressant de noter que des mesures *in situ* ont mis en évidence une augmentation de la température en cours d'écoulement : ainsi la différence de température entre la zone de départ (avant l'avalanche) et dans le dépôt de neige laissé par l'avalanche peut être sensible [12].

### 3. Modélisation des avalanches

Dans le dessein de décrire les avalanches, plusieurs *modèles* ont été développés. Avant toute chose, on peut faire remarquer qu'un modèle d'avalanche est une *représentation* simplifiée de la réalité (à travers le regard qu'en a le scientifique), qui doit rendre compte de phénomènes complexes, le plus souvent concomitants et en interaction plus ou moins forte entre eux. Les mécanismes élémentaires (comportement rhéologique, reprise, etc.) sont en outre généralement mal connus ; de ce fait, il n'est possible de vérifier la pertinence d'un modèle qu'à travers sa formulation globale et non par l'examen individuel des mécanismes qu'il tente de représenter. Ceci rend très difficile la confrontation entre modèle et réalité. Cette grande complexité a motivé au fil de ces dernières un très grand nombre d'axes de recherche, dont on dresse ici un rapide panorama.

#### 3.1. Les modèles mathématiques

Nous entendons ici par modèles mathématiques des modèles types "boîte noire", qui permettent de caler une certaine réalité physique sans se soucier réellement des mécanismes sous-jacents. Cette dénomination recouvre les modèles statistiques, probabilistes ou liés à la théorie des catastrophes. Dans le domaine des avalanches, ce sont surtout les modèles statistiques qui ont eu du succès depuis le début des années 80. Par exemple, on peut citer la "méthode norvégienne" [21-24], qui à partir de calculs de régression sur des paramètres topographiques (comme l'inclinaison de pente) permet de calculer la distance maximale d'arrêt d'une avalanche coulante exceptionnelle. L'avantage de la méthode est qu'elle ne nécessite pas une connaissance précise des phénomènes et qu'elle est rapide à mettre en œuvre. Ses inconvénients sont (i) qu'elle ne fournit que des résultats sommaires (distance d'arrêt), (ii) tout en nécessitant des séries d'événements avalancheux passés suffisamment importantes pour une même région, (iii) que son extrapolation à des phénomènes autres (par exemple utiliser un modèle calé pour des avalanches coulantes pour étudier des aérosols) est douteuse [25].

#### 3.2. La modélisation sur maquette

On cherche à modéliser un écoulement en créant un écoulement similaire à échelle réduite. On peut distinguer les *modèles analogiques*, qui ne font qu'exploiter la *similarité* d'apparence entre écoulements naturels et à échelle réduite, et les *modèles en similitude*, pour lesquels le modèle réduit doit satisfaire un certain nombre de critères de similitude (géométrique, mécanique, etc.) qui permettent d'extrapoler les résultats aux écoulements en vraie grandeur. Dans ce dernier cas, les critères de similitude sont issus d'une mise sous forme adimensionnelle des équations du mouvement, ce qui exige une connaissance préalable de la rhéologie du matériau en écoulement. En bref, un modèle analogique ne donne que des renseignements d'ordre qualitatif et un modèle en

similitude permet de quantifier les résultats et de les rendre exploitables à condition que les critères de similitude soient remplis.

Dans le domaine des avalanches, la rhéologie de la neige et les effets d'échelles étant assez mal connus, aucun modèle n'a été réalisé en totale similitude (à notre connaissance). Ce sont principalement des modèles analogiques qui ont été exploités jusqu'à présent. Il est à noter que ces derniers servent tout à la fois à éclaircir en laboratoire les mécanismes présumés gouverner le mouvement des avalanches, à valider des modèles dynamiques d'avalanche ou plus rarement à supporter des études d'aménagement (par exemple comment dimensionner au mieux une digue pour tenter de freiner un écoulement ?).

Concernant les aérosols, les simulations en laboratoire consistent à étudier des écoulement de suspensions (par exemple des suspensions salines ou de polystyrène) sur une pente inclinée dans une cuve d'eau claire (expériences de Béghin [26, 27], de Davies [25], de Hermann [15], de Fukushima [28]) ou plus récemment des suspensions de particules fines (kaolinite) dans de l'air. D'après les études théoriques disponibles [26], les deux principaux critères de similitude sont le nombre de Froude ( $Fr$ ) et le rapport des densités ( $R$  : densité moyenne de la suspension sur densité du fluide interstitiel). Certaines études introduisent également un nombre de Richardson [14]. Seul le produit des nombre  $Fr$  et  $R$  (appelé Froude densimétrique) est facilement respecté dans les expériences en cuve noyée, mais on peut espérer dans un avenir proche que les expériences en air libre pourront permettre le respect du rapport des densités [41]. La modélisation en similitude de la reprise de neige par l'écoulement reste encore un problème ouvert.

Concernant les avalanches coulantes, c'est essentiellement la similarité avec les écoulements granulaires secs (sable [29], billes [30], balles de ping pong [31]) qui a été jusqu'à présent exploitée. Aucune comparaison avec des phénomènes naturels n'a été proposée à notre connaissance, mais de tels essais ont servi, par exemple, à mieux maîtriser qualitativement l'effet d'une digue sur un écoulement [29].

En conclusion, ce sont des modèles analogiques qui ont été jusqu'à présent développés. Le passage à des modèles en similitude reste conditionné par la nécessité de connaître la rhéologie du matériau et de pouvoir respecter expérimentalement l'ensemble des critères de similitude susceptibles d'être dégagés.

### **3.3. Les modèles empiriques**

Nous appelons ici *modèle empirique* une procédure de calcul qui se fonde sur un cadre théorique, mais qui, à cause du nombre d'hypothèses et d'approximations requises, a recours à des formules empiriques et nécessite le calage d'un certain nombre de ses paramètres. Dans le domaine des avalanches, c'est ce type d'approche, qui a historiquement été le plus développé (citons les travaux du suisse Lagotala dès 1927 [32], des russes au début des années 30 [20], puis du suisse Voellmy en 1955, dont les travaux eurent le plus d'écho).

Concernant les avalanches coulantes, tous les modèles sont des variantes d'une même base. En assimilant en régime permanent une portion de fluide à son centre de masse, on écrit le bilan de force sous la forme :

$$(7) \quad M \frac{dv}{dt} = Mg + F_f + N = 0$$

où la masse de l'avalanche a été notée  $M$ ,  $N$  désigne la composante de la force réaction et où  $F$  désigne la force résultante de frottement. De manière générique, cette force s'exprime sous la forme d'une fonction polynomiale de la vitesse, de certains paramètres de frottement et éventuellement de la masse. Chacune des contributions est généralement interprétée par les auteurs d'un point de vue qualitatif comme la représentation de certains mécanismes (dissipation turbulente, cohésion, etc.). Par exemple dans le modèle de Voellmy-Salm-Gubler, la force de frottement est écrite sous la forme :

$$(8) \quad F_f = Mg \left( \frac{v^2}{R_H \xi} + \mu \cos \theta \right)$$

où  $(\mu, \xi)$  sont des constantes déterminées empiriquement et censées représenter des coefficients de frottement solide et turbulent,  $R_H$  est le rayon hydraulique tel qu'on le définit en hydraulique et  $\theta$  désigne l'angle de la pente [33]. Dans un tel modèle, la vitesse maximale atteinte par l'avalanche est alors :

$$(9) \quad v = \sqrt{R_H \xi (\sin \theta - \mu \cos \theta)}$$

Ce modèle, quoique très simple, arrive à fournir des données correctes (vitesse maximale, pression, distance d'arrêt) pour des avalanches coulantes d'ampleur suffisante à condition que les paramètres dynamiques soient correctement calés (voir par exemple la procédure suisse [33, 34]). Inversement, il est à noter que les résultats sont très sensibles au choix des paramètres de calage et que les données fournies sont insuffisantes dans la plupart des études actuelles d'ingénierie (dans une zone urbanisée plus ou moins protégée par des ouvrages paravalanches, la délimitation des zones menacées ne peut se contenter d'un calcul approximatif à cause des enjeux politiques et financiers).

Concernant les aérosols, Tochon-Danguy & Hopfinger puis Béghin & Hopfinger [27] ont proposé des modèles empiriques exploitant l'analogie avec des courants de turbidité. Dans le modèle de Béghin, le corps de l'avalanche est assimilé à un écoulement turbulent en forme d'un demi-ellipsoïde soumis uniquement à la poussée d'Archimède ; la reprise de neige n'est pas prise en compte. Après une intégration grossière des équations locales de conservation, le modèle montre l'existence d'une phase d'accélération suivie d'une phase de décélération. Dans cette dernière phase, l'expression de la vitesse est approchée par :

$$(10) \quad U \propto \sqrt{\sin \theta / x}$$

avec  $x$  la distance parcourue depuis le point origine de l'avalanche et  $\theta$  l'inclinaison de la pente. L'originalité de ce modèle est que la validation, puis le calage des paramètres, s'est faite à partir d'essais en cuve noyée (cf. 5.3.2.) [26]. Ce modèle a été modifié par la suite pour tenir compte de la reprise [35].

### **3.4. Les modèles physiques**

L'objet des modèles physiques est de fournir un jeu complet d'équations décrivant les mécanismes sous-jacents au phénomène, puis de le résoudre (le plus souvent numériquement) pour connaître l'évolution d'une avalanche pour des conditions initiales et aux limites données. Les modèles physiques diffèrent des modèles empiriques par le fait que toutes les formulations mathématiques sont censées avoir une significative physique précise. Le cadre conceptuel est généralement celui de la mécanique des milieux continus. Tout modèle physique comporte les ingrédients suivants :

- des équations de conservation (masse, quantité de mouvement, parfois énergie) ;
- la loi de comportement de la neige en écoulement ;
- des équations traduisant le comportement aux frontières (reprise, etc.) ;
- les conditions aux limites (topographie, manteau neigeux) et initiales.

Les équations du mouvement dérivent des équations de conservation dans lesquelles ont été incorporées les lois rhéologiques. Il est à noter que les équations peuvent être écrites sous forme locale (par exemple équations de Navier-Stokes) ou intégrale (par exemple équations de Barré de Saint Venant) [19]. La résolution des équations du mouvement se fait le plus souvent numériquement, et l'une des difficultés majeures rencontrées dans la modélisation des avalanches, que nous n'aborderons pas ici, réside dans le choix d'un traitement numérique adéquat. Il faut dès lors bien garder à l'esprit que la finesse d'un modèle est bien souvent gommée par les simplifications numériques nécessaires à sa résolution et qu'en conséquence, une grande précision dans la mise en équation ne sert à rien si la complexité des équations rend réductible toute résolution numérique.

Par rapport aux approches précédentes, les modèles physiques ont l'avantage d'être formulés selon une certaine logique scientifique, ce qui tend à en assurer la pertinence et une certaine souplesse (d'emploi et d'évolution en fonction des connaissances). Néanmoins, il ne faut pas se leurrer sur les difficultés rencontrées (il faut rendre compte de phénomènes complexes, concomitants et en interaction mutuelle) et sur les problèmes liés à la résolution numérique. De plus, la validation des modèles physiques repose la plupart du temps sur des données de terrain sommaires ou des simulations en laboratoire, pour lesquelles les règles de similitude sont plus ou moins bien vérifiées. La méthodologie à mettre en œuvre dans la validation ou le calage de ces modèles reste donc un problème essentiel, quoiqu'encore peu étudié en dehors de généralités.

#### *3.4.1. Les aérosols*

Les modélisations proposées pour les aérosols sont toutes construites sur la même base : les équations du mouvement sont obtenues à partir des équations locales de conservation de la masse et de la quantité de mouvement moyennée (équations de Reynolds) en considérant le matériau comme un fluide newtonien

en écoulement turbulent [15, 36-38]. Les différents auteurs tentent de rendre compte du caractère diphasique de l'écoulement en introduisant une équation de diffusion turbulente de la concentration solide. Toutefois, il faut faire remarquer que la plupart des modèles actuels (à notre connaissance) ne résolvent les équations du mouvement que pour le cas asymptotique d'un faible nombre de Stokes ( $S \ll 1$ ), c'est-à-dire que les particules sont censées s'ajuster rapidement aux variations imposées par l'air et qu'entre autres, la sédimentation ou la reprise de neige n'est pas prise en compte. Enfin, généralement, la détermination de la viscosité turbulente se fait à l'aide d'une équation de fermeture du type modèle  $k-\epsilon$ . Le traitement des conditions aux limites ou initiales est encore un problème ouvert et la plupart des auteurs se contentent d'hypothèses simples (par exemple condition de non-glissement sur le fond).

### *3.4.2. Les avalanches coulantes*

Dans la modélisation des avalanches coulantes, les équations du mouvement sont le plus souvent écrites sous forme intégrale (équations de Barré de Saint Venant [39]) en faisant l'hypothèse d'un écoulement de longueur très grande devant sa hauteur et d'un régime graduellement varié sur des pentes sans variation brusque (ce qui permet de simplifier un peu le problème, par exemple en justifiant les hypothèses de cisaillement simple ou de pression de forme hydrostatique) [19, 40-44]. La différence entre les modèles réside surtout dans le choix de la loi rhéologique, ou plus exactement (à cause de la formulation intégrale des équations du mouvement) des contraintes exercées aux frontières d'un volume de contrôle ; le plus souvent, la loi rhéologique est prise du type modèle newtonien [44], modèle binghamien [19], ou modèle granulaire (frottement coulombien) [43]. Une difficulté non négligeable de ces formulations est qu'elles prévoient des écoulements instables pour des nombres de Froude autour de 2 [19], or une telle valeur est fréquemment dépassée pour des avalanches, ce qui peut constituer une très forte limitation dans le simple emploi de ces modèles.

### **3.5. Les modèles symboliques**

En dernier lieu, il faut citer les modèles symboliques, dont l'objectif est de proposer une évaluation du risque d'avalanche en imitant le raisonnement déductif de l'expert [45]. Ils sont construits à partir d'une base de connaissances (le savoir phénoménologique de l'expert) et d'un moteur d'inférence (les règles de raisonnement) qui gère la base en fonction des données transmises par l'utilisateur. Ces modèles peuvent également incorporer des modèles comme ceux décrits ci-dessus (empiriques, physiques). Ces modèles offrent plus un outil d'interface et de gestion de la connaissance qu'ils ne constituent une véritable modélisation des avalanches (en tant que description).

## **4. Conclusion**

La modélisation des avalanches s'est faite selon diverses approches, sans qu'aucune n'ait pu réellement faire ses preuves ou ne se dégage comme la plus efficace. A l'heure actuelle, il semble néanmoins que les efforts des chercheurs se

concentrent sur les essais en similitude et les modèles physiques. La réussite d'une telle entreprise passe nécessairement par une connaissance plus fine de la rhéologie des écoulements de neige et des processus élémentaires impliqués. Il faut reconnaître qu'à l'heure actuelle c'est notre faible connaissance de la rhéologie de la neige qui constitue un frein aux progrès de la modélisation.

Comme cela a été souligné, il est également essentiel d'améliorer en parallèle les méthodes numériques et la méthodologie de validation des modèles. La poursuite d'un aussi ambitieux programme ne doit pas faire oublier de nombreux problèmes théoriques passés sous silence dans notre discussion : par exemple, peut-on rendre compte par la similitude des phénomènes présentant autant de complexité (non-linéarité, couplage des mécanismes élémentaires, caractère stochastique des variables, etc.) ? Peut-on continuer à utiliser des équations de type Saint-Venant pour des écoulements le plus souvent instables dans la gamme de pentes et de nombre de Froude considérée [19] ? Le travail à accomplir sur les plans théorique, expérimental, numérique et méthodologique reste encore considérable et sans garantie de succès.

En l'absence de modèle scientifique rigoureux, l'ingénieur dispose pour son expertise d'une palette d'outils variés : cartographie, modèles, base de données, etc. [46]. Le modèle n'est qu'un outil parmi d'autres, dont l'expert doit, de toute façon, vérifier les prédictions (le plus souvent selon son intuition, son expérience et quelques données de terrain) et les intégrer dans un raisonnement complexe en observant les souhaits du maître d'ouvrage ou du décideur [47, 48]. Avec un zeste de cynisme, on peut alors se demander à quoi sert le modèle scientifique dans une expertise du risque d'avalanches. On peut esquisser les éléments de réponse suivants :

- (i) il sert pour l'ingénieur à fixer un ordre de grandeur de certaines paramètres intervenant dans le dimensionnement d'ouvrage (force d'impact, distance d'arrêt, etc.) en essayant de réduire le caractère subjectif de ces estimations, mais la pertinence de ses prédictions n'est pas toujours prouvée ;
- (ii) le modèle ne prétend pas dire la vérité, mais il offre un moyen de s'en approcher ;
- (iii) le modèle est un moyen de communication pratique entre le maître d'œuvre et le décideur dans le choix des options à prendre. A n'en point douter, il sera un élément important examiné avec soin lors d'un contentieux débouchant sur une procédure judiciaire ;
- (iv) enfin, il faut reconnaître qu'un modèle scientifique apporte une certaine garantie, qui reconforte aussi bien l'utilisateur que le client : l'aspect scientifique d'une expertise apparaît comme un gage de sérieux.

**Remerciements** : cet article a bénéficié dans son esprit des nombreuses discussions avec Olivier Marco et Claude Charlier. Il est librement inspiré d'articles communs que nous avons par ailleurs écrits ensemble.

## Références

- [1] **P. Coussot**, 1997. *Mud flow rheology and dynamics*. Balkema, Rotterdam.
- [2] **C. Ancey** (Coord.), 1996. *Guide Neige et Avalanches : Connaissances, Pratiques, Sécurité*. Aix-en-Provence, Aix-en-Provence.
- [3] **P. M. B. Föhn**, 1987. *The stability index and various triggering mechanisms*. Comptes Rendus Avalanche formation, movement and effects, Davos 195-206.
- [4] **J. B. Jamieson and C. D. Johnston**, 1993. Shear frame stability parameters for large-scale avalanche forecasting. *Ann. Glaciol.*, 18, 268-273.
- [5] **B. Jamieson**, 1995. *Avalanche prediction for persistent slabs*. Ph. D thesis Calgary.
- [6] **R. Bolognesi**, 1992. *Expert systems, tool for avalanche forecasting*. Comptes Rendus Université d'été sur les risques naturels, Chamonix, G. Brugnot (Coord.), 307-312.
- [7] **G. Guyomarch**, 1994. Que faut-il savoir sur Astral ? *Neige et Avalanches*, 70, 21-25.
- [8] **C. Ancey and C. Charlier**, 1996. Quelques réflexions autour d'une classification des avalanches. *Revue de Géographie Alpine*, 84, 9-21.
- [9] **R. de Quervain**, 1981. *Avalanche Atlas*. Unesco, Paris.
- [10] **B. Salm**, 1982. Mechanical properties of snow. *Reviews of Geophysics and Space Physics*, 20, 1-19.
- [11] **G. K. Batchelor**, 1989. *A brief guide to two-phase flow*, in *Theoretical and Applied Mechanics*, P. Germain, J. M. Piau and D. Caillerie (Coord.), pp. 27-41, Elsevier Science Publishers, North-Holland.
- [12] **A. Eybert-Bérard, P. Perroud, G. Brugnot, R. Mura and L. Rey**, 1978. *Mesures dynamiques dans l'avalanche - résultats expérimentaux du col du Lautaret (1972-1978)*. Comptes Rendus 2<sup>o</sup> rencontre internationale sur la neige et les avalanches, Grenoble, ANENA (Coord.), 203-224.
- [13] **O. Maeno**, 1993. *Rheological characteristics of snow flows*. Comptes Rendus International Workshop on Gravitational Mass Movements, Grenoble, L. Buisson (Coord.), 209-220.
- [14] **E. J. Hopfinger**, 1983. Snow avalanche motion and related phenomena. *Ann. Rev. Fluid Mech.*, 15, 45-76.
- [15] **F. Hermann, D. Issler and S. Keller**, 1993. *Numerical simulations of powder-snow avalanches and laboratory experiments in turbidity currents*. Comptes Rendus International Workshop on Gravitational Mass Movements, Grenoble, L. Buisson (Coord.), 137-144.
- [16] **F. Granada, O. Marco and P. Villemain**, 1995. Utilisation de techniques de l'imagerie pour la cartographie des vitesses à la surface d'une avalanche dense. *La Houille Blanche*, 5/6, 69-75.
- [17] **H. Gubler**, 1993. *Dense-flow avalanches, a discussion of experimental results and basic processes*. Comptes Rendus International Workshop on rapid gravitational mass movements, Grenoble, L. Buisson (Coord.), 127-126.
- [18] **J. D. Dent and T. E. Lang**, 1983. A biviscous modified Bingham model of snow avalanche motion. *Ann. Glaciol.*, 4, 42-46.
- [19] **C. Ancey**, 1994. Modélisation des avalanches denses. Approches théorique et expérimentale. *La Houille Blanche*, 4/5, 25-39.
- [20] **O. Marco**, 1994. *Instrumentation d'un site avalancheux*. Thèse Université Joseph Fourier.

- [21] **K. Lied and Bakkehoi**, 1980. Empirical calculations of snow avalanche run-out distances based on topographic parameters. *J. Glaciol.*, 26, 165-177.
- [22] **A. Ghali**, 1994. Estimation de la distance maximale d'arrêt des avalanches. *Neige et Avalanches*, 68, 19-22.
- [23] **D. M. Mc Clung and A. I. Mears**, 1991. Extreme value prediction of snow avalanche runout. *Cold Regions Science and Technology*, 19, 163-175.
- [24] **H. Norem and S. Bakkeoi**, 1992. *Estimating run-out distances for extreme snow avalanche*. Comptes Rendus Université européenne d'été sur les risques naturels, Chamonix, G. Brugnot (Coord.), 183-191.
- [25] **T. R. H. Davies**, 1993. *Models for disastrous mass movements*. Comptes Rendus International workshop on rapid gravitational mass movements, Grenoble, L. Buisson (Coord.), 67-72.
- [26] **P. Beghin and X. Olagne**, 1991. Experimental and theoretical study of the dynamics of powder snow avalanches. *Cold Regions Science and Technology*, 19, 317-326.
- [27] **P. Beghin, E. J. Hopfinger and R. E. Britter**, 1981. Gravitational convection from instantaneous sources on inclined boundaries. *J. Fluid Mech.*, 107, 407-422.
- [28] **Y. Fukushima and N. Hayakawa**, 1995. Dynamics of three-dimensional inclined thermal. *J. Hyd. Engng.*, 121, 600-607.
- [29] **T. Chu**, 1995. Experiments on granular flows to predict avalanche runup. *Can. Geotech. J.*, 32, 285-295.
- [30] **K. Hutter, T. Koch, C. Plüss and S. B. Savage**, 1995. The dynamics of avalanches of granular materials from initiation to runout. *Acta Mech.*, 109, 127-165.
- [31] **K. Nohguchi, K. Nishimura, T. Kobayashi, K. Iwanami, K. Kawashima, Y. Yamada, H. Nakamura, K. Kogusi, O. Abe, A. Sato, Y. Endo, Y. Kominami and K. Izumi**, 1996. *Similarity of avalanche experiments by light particles*. Comptes Rendus International Symposium Interpraevent, Garmisch-Partenkirchen, (Coord.), 147-156.
- [32] **H. Lagotala**, 1927. *Étude de l'avalanche des Pélerins (Chamonix)*. Société Générale d'Imprimerie, Genève.
- [33] **B. Salm, A. Burkard and H. Gübler**, 1990. *Berechnung von Fliesslawinen, eine Anleitung für Praktiker mit Beispielen*. Rapport Eidgenössischen Institut für Schnee- und Lawinenforschung (Davos) (n°47).
- [34] **B. Salm**, 1993. Flow, flow transition and runout distances of flowing avalanches. *Ann. Glaciol.*, 18, 221-226.
- [35] **F. Rapin**, 1992. *The French theory for snow avalanches with aerosol*. Comptes Rendus Université européenne d'été sur les risques naturels, Chamonix, G. Brugnot (Coord.),
- [36] **P. Gauer**, 1995. *A model of powder snow avalanche*. Comptes Rendus Les apports de la recherche scientifique à la sécurité neige, glace et avalanche, Chamonix, F. Sivardière (Coord.), 55-61.
- [37] **M. Naaim**, 1995. *Numerical model of powder snow avalanche. Theoretical analysis and application*. Comptes Rendus Les apports de la recherche scientifique à la sécurité neige, glace et avalanche, Chamonix, ANENA (Coord.), 31-36.
- [38] **P. Sampl**, 1993. *Current status of the AVL avalanche simulation model - Numerical simulation of dry snow avalanches*. Comptes Rendus International

Workshop on Gravitational Mass Movements, Grenoble, L. Buisson (Coord.), 269-278.

[39] **J. M. Piau**, 1996. Flow of a yield stress fluid in a long domain. Application to flow on an inclined plane. *J. Rheol.*, 40, 711-723.

[40] **J. P. Vila**, 1986. *Sur la théorie et l'approximation numérique des problèmes hyperboliques non-linéaires, application aux équations de Saint-Venant et à la modélisation des avalanches denses*. Thèse Paris VI.

[41] **K. Hutter, F. Szidarovszky and S. Yakowitz**, 1987. *Granular shear flows as models for flow avalanches*. *Comptes Rendus IAHS*, 381-394.

[42] **C. Ancey**, 1994. Approches théorique et numériques des avalanches denses. *La Houille Blanche*, 1994/4, 25-39.

[43] **S. B. Savage and K. Hutter**, 1989. The motion of a finite mass of granular material down a rough incline. *J. Fluid Mech.*, 199, 177-215.

[44] **B. Hunt**, 1994. Newtonian fluid mechanics treatment of debris flows and avalanches. *ASCE Journal of Hydraulic Engineering*, 120, 1350-1363.

[45] **L. Buisson and C. Charlier**, 1992. *Analyse de sites avalancheux : le système ELSA*. *Comptes Rendus Université européenne d'été sur les risques naturels*, Chamonix, G. Brugnot (Coord.), 333-342.

[46] **C. Charlier**, 1994. *Le risque en montagne, définir le risque : le risque "négocié"*. *Comptes Rendus Séminaire Futur Antérieur du 21 avril 1994*, Paris, (Coord.),

[47] **N. Bouleau**, 1995. *Validation et qualité des modèles*. *Comptes Rendus Les modèles au Cemagref, formulation, validation, pertinence*, Antony, 19-36.

[48] **G. Decrop and C. Charlier**, 1995. *De l'expertise scientifique au risque négocié : vers des scènes locales de risque ?* Rapport Cemagref.